5 Jahre *Jagd auf Zahlen und Figuren*
10 Jahre *Wiener Mathematik- und Denksport-wettbewerb*

Univ.-Prof. Dr. Gerd Baron
Landesschulinspektor Hofrat Mag. Anton Plessl
DI Dr. Richard F. Mischak
Mag. Richard Henner

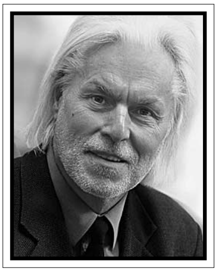
www.lisa.or.at

öbv&hpt

1. Auflage 2000 (1,00)

Technische Zeichnungen: Ing. Mag. Dr. Herbert Löffler
Umschlag und Illustrationen: Jochen Ulm
Druck: Melzer Druck Ges. m. b. H.
ISBN 3-209-**03221**-1

Inhalt



Hofrat Mag. Anton PLESSL,
Landesschulinspektor

Themen der Mathematik, mathematische Probleme und Denksportaufgaben finden, wenn sie ausgezeichnet aufbereitet sind, viel Interesse bei Jugendlichen. Dieses Interesse wird durch die hohe Zahl an teilnehmenden Schülerinnen und Schülern bei den verschiedenen Wettbewerben, die das Bundesministerium für Bildung, Wissenschaft und Kultur und der Stadtschulrat für Wien veranstalten, bestätigt. Die Aufgaben, die dabei gestellt werden, erfordern Begabung, Phantasie und Kreativität. Diese Eigenschaften sind meist auch bei den Teilnehmenden zu finden. Etliche Siegerinnen und Sieger solcher Wettbewerbe haben später eine viel versprechende wissenschaftliche Laufbahn begonnen.

Zum fünften Mal wird heuer die Ausstellung „Jagd auf Zahlen und Figuren" durchgeführt. Mit dieser von Herrn DI Dr. Richard Mischak initiierten Veranstaltung wird ein großartiger Beitrag geleistet, Freude an der Mathematik zu wecken. Sie beweist durch einen attraktiven Zugang, dass Mathematik ein interessanter Gegenstand ist. Der Zuspruch durch Lehrer und Schüler zeigt, dass Jugendliche sehr wohl Interesse an der Lösung von Problemen haben und nicht nur gemäß Rezept und Anleitung zu lösende Aufgaben wünschen.

Zum zehnten Mal wird heuer der „Wiener Mathematik- und Denksportwettbewerb" durchgeführt. Seit Beginn haben sich bei jedem Wettbewerb nahezu 200 Schülerinnen und Schüler den sehr schwierigen Aufgaben gestellt und dabei hervorragende Leistungen geboten. Es ist mir ein Anliegen, allen Teilnehmenden an dieser Stelle dafür zu danken, dass sie die Herausforderung, schwierige Aufgaben zu lösen, angenommen haben.

Mein Dank gilt Herrn Dr. Othmar Spachinger und Herrn KR Gustav Glöckler von der öbv & hpt Verlagsgesellschaft, die diese Festschrift aus Anlass der fünften Ausstellung „Jagd auf Zahlen und Figuren" und des zehnten „Wiener Mathematik- und Denksportwettbewerbs" den Wiener Lehrerinnen und Lehrern an den allgemein bildenden höheren Schulen widmet.

Besondere materielle Unterstützung für die Wettbewerbe und Mathematik Olympiaden erhielt ich von der Firma 3M, vertreten durch Herrn Dir. Ing. Franz Lusetzky.

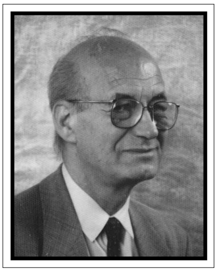
Von wissenschaftlicher Seite kam immer wieder fundierte und engagierte Hilfe von Herrn Univ.-Prof. Dr. Gerd Baron, ohne den es keine der beiden Initiativen gebe.

Danken möchte ich den Lehrerinnen und Lehrern, die Kurse und Wettbewerbe betreut haben, insbesondere Herrn Prof. Mag. Richard Henner für die hervorragende Organisation.

Last but not least möchte ich mich bei Herrn Präsidenten Dr. Kurt Scholz bedanken, dass die vielen Wettbewerbe gefördert werden. Er zeigt damit, dass ihm die Förderung hoch begabter Kinder ein besonderes Anliegen ist.

Herrn Landesschulinspektor Mag. Wolfgang Wurm danke ich für die stets gewährte Unterstützung der Mathematik und ihrer Anliegen.

Hofrat Mag. Anton Plessl, Landesschulinspektor



Univ.-Prof. Dr. Gerd BARON,
Technische Universität Wien, Institut für Geometrie

Wettbewerbe in alten und neuen Zeiten in unseren und anderen Breiten

Schon seit urdenklichen Zeiten
die Menschen gern sich streiten
um Preis, um Lob und Siegeskranz.
Sie sonnen sich in seinem Glanz.
Man denke hier beim Worte Sieg
nicht immer gleich an einen Krieg.
In friedlichem Wettstreit Kräfte messen,
sei es im Laufen, Springen, Knödelessen.

Am bekanntesten sind wohl für viele
die griechischen olympischen Spiele.
Damals war es bei den Griechen Brauch,
wie übrigens im fernen China auch,
daß man im Dichten Lorbeer konnt' erringen.
Dichten mußt' sogar bei Prüfungen gelingen.
Und so wie heute wurde auch betrogen.
Über den Urheber der Dichtung glatt gelogen.
Bekannt ist eine solche G'schicht'
aus Alexandrien mit 'nem Gedicht.
Nachdem es fertig vorgetragen,
hört man von allen Lob nur sagen.
Von allen? Nein, so ist es nicht gewesen.

Denn einer war zu sehr belesen.
Er hat die Quelle gleich erkannt
und ist in die Bibliothek gerannt,
aus der er eine Papyrusrolle nahm,
mit der er zur Prüfung zurück dann kam.
Und als vor der Jury die Rolle aufgerollt,
hat dem Prüfling niemand mehr ein Lob gezollt.
Denn genau die Verse standen da zu lesen,
die der Inhalt seines Vortrags war'n gewesen.
So wurde er gejagt mit Schimpf und Schand'
aus Alexandrien wieder hinaus auf's Land.

Der den Schwindel damals hat erkannt,
ist auch uns Heutigen nicht unbekannt.
Als Bibliothekar mit großer Rollenlieb'
und als Mathematiker durch sein Primzahlsieb.
Eratosthenes war's. Man nannte ihn gern' Beta.
Heute wäre er sicher ein Mega-Giga-Meter.
Durch die Länge des Schattens, den zu Mittag er mißt,
hat er berechnet, wie groß der Durchmesser der Erde ist.
Daher gehört die Erde zu den Kugeln und nicht zu den Scheiben.
Diese Tatsache allein wird mit ihm stets verbunden bleiben.

Mathematikwettbewerbe gab es höchst selten
in Babylon, Ägypten, Hellas, China und bei Kelten.
Obwohl Rechnen und Messen waren wohlbekannt
in den Hochkulturen in jedem genannten Land.
Sogar Beweiser von Sätzen waren hochgeehrt.
Auch Konstrukteure waren damals sehr viel wert.
Thales, Pythagoras und Archimedes sind wohl sehr bekannt.
Auch Apollonius, Euklid und Platon seien hier genannt.
Doch können und wollen wir nicht allen hier gedenken,
die durch ihre Beiträge unsere Wissenschaft heut' noch lenken.
Unsere Wissenschaft, damit ist Mathematik nur gemeint.
Doch was an Wissen ist in ihr heute denn vereint?
Der Stamm ist Mathesis, was des Lernens ist wohl wert,
so hat das Wort sich bei den Griechen angehört.
So lernten Generationen, was es zu lernen gab.
So mancher nahm sein Wissen mit sich ins kühle Grab.

Erfolge zählten wohl in all den fernen Tagen,
doch ein Kampf im Rechnen wurd' nicht ausgetragen.
Weder Mann gegen Mann, noch in größerer Runde.
Dem Wettbewerb schlägt erst viel später seine erste Stunde.
Doch auch dann noch nicht mit denen im Sport zu vergleichen.
Leisten konnten ihn sich eigentlich nur die Reichen.
Beziehungsweise mußte einen Mäzen man finden,
der die Auslagen bestritt, die nicht gelinden.
Es war im gesamten eher ein Duell zu nennen,
zu dem sich die Kontrahenten auch bekennen.
Jeder bereitete Aufgaben vor, um sie dann zu stellen
dem andern in mehreren aufeinanderfolgenden Wellen.
Der Sieger war der, der lösen konnt' ein Mehr der Aufgaben.
Daher war es gut, sichere Lösungsverfahren zu haben.
Denn oft unterschieden sich die Aufgaben nur in den Zahlen.
Doch unterschiedliche Fälle führten oft zu Qualen.
Trat zum Beispiel eine negative Fläche auf,
nahm das Schicksal oft seinen tödlichen Verlauf.
Das Rechnen mit imaginären Zahlen war kaum bekannt.
Niemand hat auch die bequemen Bezeichnungen gekannt.
Als Fläche wurde bezeichnet das Produkt von zwei Zahlen.
Volumina waren es, wenn sich dritte Faktoren hineinstahlen.
So wurden bei Gleichungen viele Fälle unterschieden,
denn durch Trennung der Teile wurde Negatives vermieden.
Und war es bei einem Fall nicht zu umgehen,
eine negative Fläche oder Länge zu sehen,
so war dieser Fall eben nicht zu reduzieren.
Man konnte ihn nicht zur Lösung hinführen.
Für Kenner der Materie ist sicher schon klar,
was durch diese Beschreibung gemeint wohl war.
Denn casus irreduciblis als nicht reduzierbarer Fall
steht mit den kubischen Gleichungen in einem Stall.
Und wirklich handelt von diesen das Treiben,
das wir in den folgenden Zeilen wollen beschreiben.
Tartaglia der Stammler und Cardano der Spieler werden
mit dieser Szene stets verbunden bleiben auf Erden.

Del Ferro hatte bei der kubischen gefunden
für zwei Fälle eine Formel in ruhigen Stunden.
Er verriet sie erst Fiore an seinem Totenbett.

Doch dieser arm und auch gar nicht nett.
Er posaunte aus, daß er kubische lösen könne
und seinen Gegner Tartaglia benenne.
Jeder von ihnen sollte 30 Fragen zusammenschreiben.
Diese sollten bis zum Duell unter Verschluß dann bleiben.
Fiore stellte nur kubische Gleichungen vor.
Daß sein Gegner keine lösen könne, er beschwor.
Er hoffte mit mindestens einer Lösung zu gewinnen.
Tartaglia sah schon seine Hoffnungen zerrinnen.
Da gelang ihm am 13. Feber in den Morgenstunden
eine Lösungsmöglichkeit für diese zu erkunden.
Er löste daraufhin alle 30 sofort.
Und Fiore stand als Verlierer vor Ort.
Für jede gelöste Aufgabe mußte der Verlierer geben
ein Festessen dem Sieger und jenen, die ihn umgeben.
So etwas geht natürlich ins Geld.
So war es damals auf der Welt.
1535 war das Jahr, das man schrieb.
Tartaglia es stets in Erinnerung blieb.
Cardano gelang dann schließlich der Versuch
von Tartaglia, jedoch nicht für sein neues Buch,
zu bekommen die Formeln der kubischen Gleichungen gar.
Auch diese Geschichte für sich ist wunderbar.
Ob man es glaubt oder auch nicht,
die Formeln erhielt er in einem Gedicht.
Doch allein nur für sich sollt er sie behalten.
Und nur codiert geschrieben stets halten,
damit kein anderer sie später lesen kann.
Auch wenn gestorben der saubere Mann.
Doch als Cardano fand, daß sie del Ferro schon hatte,
legte er Tartaglia schlicht gesagt auf die Matte.
Er veröffentlichte sie in seinem Traktat.
Doch fairerweise er genau angegeben hat,
wie und wer die einzelnen Formeln gefunden.
an welchen Tagen, zu welchen Stunden.
Es spielen noch etliche andere Personen hinein.
Drum erzählen wir nicht weiter. Wir lassen es sein.

Was man jeweils als Lösung empfand ist leider nirgends beschrieben.
So ist manches aus jenen Tagen im Unklaren geblieben.

Zu vermerken sei hier, daß es damals schon längst Usus gewesen,
allerdings nicht in Europa, sondern bei den Chinesen,
Probleme zu lösen mit bis zu vier Unbekannten,
die sie mit Namen wie Himmel und Erde benannten.
Die behandelten Probleme waren nicht einmal nur linear,
nein in jeder der vier fast beliebig hohen Grades sogar.
Sie legten die Zahlen (Koeffizienten genannt) auf den Boden.
Mit schwarzen Stäbchen die negativen, die positiven mit roten.
Dann eliminierten sie die Unbekannten bis auf eine.
Und erhielten aus den vier Gleichungen auch nur eine.
Die war nicht nur kubisch, sondern hatte einen sehr hohen Grad.
Sie exakt zu lösen, man keine Formeln mehr dafür hat.
Bei einem Problem hatte man den Grad über 1000 erreicht.
Erst Jahrhunderte später fand ein Japaner, daß Grad 10 ausgereicht.
Trotzdem hatten sie ein Verfahren entwickelt, das exakt nicht,
aber näherungsweise zur Lösung führt. Eine schöne Geschicht'.
Bei uns hat sich der Engländer Horner im vorigen Jahrhundert
über das von ihm entwickelte gleiche Verfahren noch gewundert.
Es war und ist, ich sage es allen ganz ehrlich,
bei der Behandlung von Polynomen unentbehrlich.
Und wird auch beim Rechnen mit modernen Computern angewandt.
Es ist in der Mathematik als Horner-Schema ganz allgemein bekannt.

Wenn wir schon im fernen China und Japan verweilen,
opfern wir für etwas anderes auch noch ein paar Zeilen.
Sie entwickelten Rechenhilfsmittel den Computern verwandt.
Suanpan in China und Soroban in Japan werden sie genannt.
Eigentlich sind sie bessere Kugerlmaschinen,
bekannt aus der Volksschule einigen von Ihnen.
Diese waren und sind als Schtschoti in Rußland in Verwendung.
Gegenüber dem Soroban nicht von so ausgefeilter Vollendung.
Verloren auch diese noch, als sie nach Frankreich verschleppt.
Und dort in Volksschulen eingesetzt als neues Lehrkonzept.
Addiert man am Soroban Zahlen, so werden Kegel verschoben,
Fünfer von oben nach unten, Einer von unten nach oben.
Analog führt man aus die anderen Rechnungsarten,
die ja Anwendung finden in fast allen Sparten.
Eines unterscheidet diese Rechner vom Rechnen auf Papier.
Am Soroban sind die Zahlen verloren, bei uns bleiben sie hier.
Doch geht es mit ihm, das muß man gesteh'n,

viel schneller zu rechnen, und das ist schön.
Es gibt dort auch Schulen für das Rechnen wie nix.
Jahrelang lernt und übt man Regeln und Tricks.
In unserm Jahrhundert war es endlich so weit.
Gegen einen Sorobanrechner ein Computer stand bereit.
Ein echter Wettkampf um den Sieg hat begonnen.
Und am Ende waren alle Hoffnungen zerronnen
für den Neuen. Es gewann der Japaner mit dem Alten.
Beim Addieren von vielen Zahlen war er nicht zu halten.
Während am Computer die letzte Zahl noch einzugeben gewesen,
war am Soroban bereits das richtige Ergebnis abzulesen.
Auch bei Aufgaben mit den anderen Rechnungsarten
mußte man beim Neuen länger auf das Ergebnis warten.
Oder es war durch schlechte Eingabe öfter falsch als beim Alten.
Nur beim Dividieren konnte der Neue sich besser entfalten.

Doch zurück zu den mathematischen Duellen,
die wir nur kennen aus den alten Quellen.

So hoch und so teuer ging's später nicht mehr her.
Aber Aufgaben stellte den anderen immer irgendwer.
Oft waren auch größere Beträge als Preise ausgesetzt.
Das Prinzip der Priorität wurde auch manchmal verletzt.
Doch so Spektakuläres war selten am Platz
wie Wolfskehls Preis für Fermats großen Satz.

Nun zu den Wettbewerben, die uns mehr gelegen,
weil wir uns ja in ihrem Dunstkreis bewegen.

Schon etwas früher, am Ende des vorigen Jahrhunderts,
des neunzehnten. (Nur wer ein Zahlenbanause ist, den wundert's.
Aber erst mit 2001 das neue beginnt.
Weil eben nicht schneller die Zeit verrinnt.)
1894 hat es in Ungarn begonnen.
Der Plan zum Eötvös Wettbewerb wurde gesponnen.
Von Anfang an für den Nachwuchs war er gedacht
und hat seither viele neue Aufgaben gebracht.
Viele jener, die in die Probleme eindrangen,
und denen oft wunderschöne Lösungen gelangen,
trugen unter heutigen Mathematikern bekannte Namen.

Sie legten für manche neue Teilgebiete den Samen.
Bis in die Jetztzeit wird er jährlich durchgeführt.
An seinen Grundregeln wurde nicht gerührt.
Man wollte die Leistung des Nachwuchses maximieren
und ihn durch speziell gewählte Beispiele dazu animieren,
sich mit Problemen auseinanderzusetzen, die schwerer sind
als sie bekommt in der normalen Schule jedes Kind.
Lorand Eötvös war Gründer der mathematischen Gesellschaft.
Er hat auch Hervoragendes in der Physik experimentell g'schafft.
1949 entstand ein weiterer Bewerb in unserem Nachbarland.
Nach Miklos Schweitzer ist dieser nun allgemein benannt.
Er ist für die Studenten der Universitäten konzipiert.
Auch hier wird diese Gruppe zur Leistung animiert.
So wurden in Ungarn, zwar nicht über Nacht,
immer wieder sehr gute Mathematiker hervorgebracht.

Im Laufe unseres Jahrhunderts kamen viele noch dazu.
Kaskadenartig wächst die Zahl der Bewerbe von Nu zu Nu.
Für verschiedene Klientel gibt es sie heute schon.
Schüler aller Alters- und Bildungsstufen leben davon.
Auch für Studenten verschiedener Fächer gibt es sie.
Auch Lehrer und Lehramtskandidaten ergreifen sie,
die Chance, es ihren und den andern Schülern gleichzutun.
Sogar Aufgabenkonstrukteure bei eignem Wettbewerb nicht ruh'n.
Neben den Wettbewerben an einzelnen Schulen allein,
gibt es solche für Regionen groß und klein.
Dann für zwei oder mehr Staaten dieser Welt.
Für jede Gruppe von Ländern, die auf sich hält.
So für die baltischen, auch Island überraschend ist dabei.
Die iberoamerikanischen Staaten mit Spanien als fremdem Ei.
Asiatische und pazifische mit Kanada im gemischten Zoo.
Überhaupt in Südamerika etliche auf verschiedenem Niveau.
Alleine die Namen der Bewerbe klingen in den Ohren.
Und immer neue Ideen dazu werden dort geboren.

OM Argentina Intercollegial, Zonal, Regional, Nacional.
OM Nandu, wie oben nur mit Interscolar statt Intercollegial.
Certamen „El Numero de Oro", Pretorneo de las Ciudades,
sowie das internationale Pendant Torneo de las Ciudades.
Clubes Cabri und Olimpiades Provinciales.

Torneo Computacion y Matematica sagt schon alles.
Olimpiada Iberoamericana und del Cono Sur.
Torneos de Frontera als Olimpiada del Mercosur.
Olimpiada Matematica de la Cuenca del Pacifico.
Olimpiada Matematica Rioplatense, echt magnifico.
Olimpiada de Mayo im Mai stattfindet.
Bei der Universitaria Studenten man findet.

Viele dieser Bewerbe in den verschiedenen Landen
sind nach dem Muster der IMO entstanden.
IMO heißt Internationale Mathematik Olympiade.
Bei der ersten in Rumänien waren es sieben gerade
an Ländern, die vor 40 Jahren daran teilgenommen.
Jetzt sind die Veranstalter schon auf über 80 gekommen.
Jeweils drei schwierige Beispiele an jedem von zwei Tagen
die Schüler der einzelnen Staaten besonders plagen.
Für die Auswahl der Beispiele und der Schülerarbeiten Korrektur
durch die große Jury gibt es ein spezielles Prozedere nur.
Obwohl die Olympiade ein Individualwettbewerb ist,
man aus Prestigegründen eine Teamwertung niemals vergißt.
Dies ist so ähnlich wie bei olympischen Spielen im Sport.
Hier gibt es aber mehr Gold- und sonstige Medaillen als dort.
Sie sind eher mit Noten in der Schule zu vergleichen.
Ungefähr jeder zwölfte kann Gold erreichen.
Auch in anderen Punkten sind nicht zu vergleichen
unsere Bewerbe mit denen sportlicher Natur.
Man vergleiche die veröffentlichten Ergebnislisten nur.
Es gibt Staaten, da gleicht man sich dem sportlichen an.
Man unterscheidet die Leistungen von Frau und Mann.
Im Sport hätte eine Frau sonst nie Gold errungen.
So ist es ihr mit Minus 10% Leistung doch gelungen.

Seit 30 Jahren ist auch Österreich stets mit im Verein.
1976 luden wir sogar die anderen zu uns her ein.
Seit 1978 gibt es einen Bilateralen Österreich-Polen.
Bei dem können die Mannschaften echt einen Pokal sich holen.
Nicht durch Addition der Einzelwerte den Sieg erringen,
sondern gemeinsam im Teamwork die Leistung erbringen.
Ein Novum auf diesem hohen Niveau war es zu jener Zeit.
Heute sind viele kleinere Bewerbe auch dazu bereit.

Die österreichischen Schüler werden in Kursen geschult.
Von Lehrern mit viel Wissen und großer Geduld.
Anfänger und Fortgeschrittene sind dabei getrennt,
außer in jenen Kursen, die gemischte man nennt.
Im abschließenden Kurswettbewerb man sich qualifiziert
für die nächste Runde, die schwerer dann wird.
Unter den Anfängern jedes Bundesland den Sieger erkürt.
Für die Fortgeschrittenen dieser nur zur nächsten Runde führt.
Vor dem Bundeswettbewerb werden 30 speziell noch trainiert.
In einem Camp wird gearbeitet und neues Wissen präsentiert.
Die Besten werden zur Internationalen dann entsandt.
Die Nächsten werden gegen Polen als Mannschaft genannt,
die ich geführt seit dem ersten Bewerb im Jahr 1-9-7-8.
Diese Tätigkeit hat mir stets viel Freude gemacht.

Ab der zweiten Runde werden die Aufgaben zentral gestellt
und werden seit Jahren von mir erfunden und ausgewählt.
Konstruiert, gebastelt, komponiert – wie man es will.
Im Laufe der Zeit ist so entstanden schon sehr viel.
In Buchform erschienen mit Lösungen es sie nun gibt.
Ich empfehle sie jedem, der so eine Beschäftigung liebt.

Doch haben wir Angst, daß uns einmal noch fehlt,
außer dem was man immer braucht, dem Geld,
der Nachwuchs an Schülern, die ganz gerne dabei,
und opfernd wöchentlich der Nachmittage ein oder zwei
sich zu den alten Hasen in den Kursen gesellen
und sich mit ihnen den schwierigen Problemen stellen.
Um die Kurse zu sichern gab es der Ideen gar viele.
Nicht alle waren chancenreich und führten zum Ziele.
In Wien war, was anbelangt das leidige Geld,
Landesschulinspektor Plessl ein richtiger Held.
Er schuf sich vorausblickend schon bei Zeiten
für diese Zwecke einen Pool an Werteinheiten.
Aus diesem konnte er den Schulen Stunden spenden,
die diese dann für die Olympiadekurse verwenden.
Andere Bundesländer erblaßten darob vor Neid.
Sie hatten halt niemanden gehabt, der so gescheit.

Auch sein Präsident, Herr Dr. Scholz
ist auf die Wettbewerbe sehr stolz,
wie auf jedes ausgeklügelte Verfahren,
das schon angewandt wird seit Jahren,
um die Begabten an die Spitze zu bringen.
Mit allen Stellen ein hartes Ringen
geht dem Erfolg natürlich voraus.
Deswegen gebührt ein starker Applaus
allen, die daran beteiligt sind und waren
heuer und auch in den vergangenen Jahren.

Ein zweiter brachte auf einen gemeinsamen Nenner
einige Ideen. Es war Kollege Richard Henner.
Er legte sich fest auf einen fixen Tag in jedem Jahr.
Der Wiener Mathematik- und Denksportwettbewerb geboren war.
Dies war vor Jahren, deren Anzahl ist zehn.
Nirgends sieht man die Zeit so schnell vergeh'n.
Seither veranstalten wir an der Technischen Universität
im Auditorium Maximum den Bewerb so gut es geht.
Der Mittwoch nach Ostern ist dafür reserviert.
Diese eiserne Regel wird seit zehn Jahren tradiert.
Er ist für die Schüler der vierten Klassen gedacht.
Die Aufgaben werden von einer Jury ausgemacht.
Einer Jury, bei der in all diesen vergangenen Zeiten
wie auch jetzt noch recht fleißig mitarbeiten
Leiter der Kurse und auch meine Wenigkeit.
Alle stellen immer wieder neue Beispiele bereit.
Zehn werden aus solchen gemeinsam ausgewählt.
Und diese bekommen die Schüler dann gestellt.
In zwei Hälften zu je fünf stehen sie bereit.
Für jede Partie haben sie 50 Minuten Zeit.
Sie müssen jeweils finden, für manche eine Qual,
nach langer oder kurzer Rechnung eine einzige Zahl,
die als Antwort wir beim Beispiel ja erfragen.
Sie ist dann in der Antwortzeile einzutragen.
Nur diese Zahl, für die der Schüler sich gequält,
ist jene, die allein für unsere Bewertung dann auch zählt.
Dieses schnöde, aber schnelle und kurze Verfahren
ermöglichte uns in all den vergangenen zehn Jahren,

die jeweils tausend bis zweitausend Beispiele
zu korrigieren mit dem hochgesteckten Ziele,
die Ergebnisse zu erhalten noch am selbigen Tage.
Manch längeres Verfahren wär' eine unzumutbare Plage,
bei der dann auch nichts Besseres käm' heraus.
Und wieder andere schließen von selbst sich aus.
Wie die a-b-c Typen mit Kreuzen nach dem Münzenwerfen,
die das Denken bei den Teilnehmern auch nicht schärfen.

Die Ergebnisse, wie jeder leicht kann seh'n,
lauten in Punkten also zwischen Null und Zehn.
Zehn ist dabei das Maximum, na klar.
Und als Leistung ganz einfach wunderbar.
Doch wird sie nicht immer auch erbracht.
Drum haben wir Kategorien uns ausgedacht.
Herausragend und großartig sind als die besten bekannt.
Die anderen erfreulich und anerkennenswert werden benannt.
Bei diesen Vieren sind stets wir verblieben.
Sie werden in die Urkunden auch geschrieben.
Die Grenzen dazwischen lassen wir offen,
da wir jedes Jahr das Beste stets hoffen.
So werden sie halt manchmal etwas verschoben.
Die eine nach unten, die andere nach oben.
Nicht immer ist es einem Schüler gelungen,
alle Aufgaben zu lösen. Es wurd' schon errungen
der beste Platz mit einer Punktanzahl von nur neun.
Doch auch in diesen Fällen wir uns nicht scheu'n,
die erbrachte Leistung voll anzuerkennen,
und die Schüler wahre Meister zu nennen.
Leider hat uns bisher keiner erzählt,
wie viele von diesen den Weg haben gewählt,
der über die Kurse zur Olympiade sie führt.
Und von den Schülern hat sich auch keiner gerührt.
Wir glauben aber doch ganz bestimmt,
daß so mancher diese Laufbahn annimmt.
Damit wäre ein Zweck sicher erreicht.
Und wenn man heute mit früher vergleicht
die Anzahl der Kurse, die in Wien werden gehalten,
könnten wir mit der Annahme doch recht behalten.

Wenn wir die Statistiken der Jahre verfolgen,
so war 98 das Jahr mit den größten Erfolgen.
238 haben am Wettbewerb teilgenommen.
234 sind im vorigen Jahr zu uns gekommen.
Heuer wurde der Durchschnitt nicht ganz erreicht.
Er ist jetzt mit 175 bei einer schönen Zahl geeicht.
Deutlich besser als in den beiden letzten Jahren,
die von allen zehn die schlechtesten waren,
war heuer der erbrachte Leistungsschnitt.
Wir freuen uns mit den Schülern mit.

Einiges Kurioses ist auch noch zu erzählen.
Doch muß ich Sie dabei mit Zahlen quälen.

Im Jahr 1991 beim Bewerb numero eins
nahmen teil genau neunzig und eins.
Nur die Ziffern 1 und 9 sind hier vonnöten.
Und 91 ist sogar zweimal vertreten.
Und 97 beim Wettbewerb numero sieben
habe ich auch etwas Merkwürdiges aufgetrieben.
Die aufeinanderfolgenden Punktezahlen 5, 4 und 3
wurden erreicht, man glaubt an Zauberei dabei,
von 22, 23 und 24 (aufeinanderfolgende Zahlen.)
Diese Entsprechung hat mir besonders gefallen.
1751 erhält man, addiert man alle Teilnehmerzahlen.
Teilt man sie auf nach den verschiedenen Punktezahlen,
so haben alle zehn Punkte erreicht von allen nur 7.
Fast zehnmal so viele sind ohne Punkte geblieben.
Und bei der Punktezahl 7, erreicht von 103,
ist das einzige Mal ein Faktor dabei,
der auch in der Gesamtzahl kommt vor.
Die Möglichkeit zum Kürzen steht vor dem Tor.
Und kürzt man, so erhält man in der Tat
ein Siebzehntel als schönes Resultat.
1992 hat ganz stark übertrieben
ihr oftmaliges Auftreten die Zahl 7.
Denn jeweils die Punkteanzahlen Null, Acht und Sieben
wurden erreicht – von wie vielen Teilnehmern? Richtig 7.
Wenn ich die erreichten Punktezahlen jeweils nimm,
waren drei davon ungerade und gleich zwei davon prim.

Beim dritten erreichten sie genau 2 mal sieben zur dritten.
Aber die rundeste Anzahl von Punkten unbestritten
wurde beim fünften mit genau 600 erreicht.
Und dabei keine einzige einer anderen gleicht.
Bevor wir den Überblick ganz verlieren
und uns im Dschungel der Zahlen verirren,
beenden wir dieses interessante Spiel
und verfolgen ein anderes, ernsteres Ziel.

Einen Bericht über diesen Denksportbewerb
und über den Anfängerlandeswettbewerb
kann man unmöglich aufrichtig und gesittet beenden,
ohne einer Firma zu danken für die vielen Spenden.
3M richtet regelmäßig die Preisverteilungen aus.
Jetzt im Stadtschulrat, früher sogar im eigenen Haus.
Dabei, uns zu bedanken muß ich mich beeilen,
dürfen wir immer Geschenke an die Schüler verteilen.
Vieles noch könnten wir über unsere Wettbewerbe berichten,
und manch einem Heros ein Denkmal errichten.
Doch besteht die Gefahr, daß er nicht hier im Saal.
Darum verschieben wir dieses auf ein anderes Mal.

Etwas Anderes für Schüler und Lehrer in unserem Land
feiert das fünfjährige Jubiläum. Und es liegt auf der Hand,
daß wir, ohne im Geringsten uns zu zieren,
auch über dieses Angebot einige Worte verlieren.
Richard Mischak war in fremden Ländern und hatte entdeckt
einige Ideen zur Beschäftigung von Schülern, die dort gut versteckt.
Versteckt waren nicht die Schüler, das ist doch ganz klar.
Auch wußte er nicht, ob mit den Ideen was anzufangen war.
So ist er eines schönen Tages zu mir gekommen,
und wir haben gemeinsam einen Anlauf genommen.
Als Jagd auf Zahlen und Figuren wird sie gestaltet,
und ist nach fünf Jahren noch lange nicht veraltet.
Die Idee ergab einen echten Fragenkreis.
Mit jeder Antwort als deutlichen Hinweis
darauf, wo es mit der Zahlenjagd weitergeht.
Denn die Zahl auf der entsprechenden Tafel steht,
auf der die nächste Aufgabe zu finden ist.
Am Ende man wieder bei der ersten ist.

Klarerweise kann man, wie jeder weiß,
beginnen bei jeder Frage in einem Kreis.
Daher können ohne einander zu stören,
und ohne früher oder später aufzuhören,
mehrere Gruppen sich spielen zur gleichen Zeit.
Von der Idee zur Ausführung war es noch weit.
Nach etlichem Hin und Her, das an den Nerven gezehrt,
war fast alles Große bis ins Kleinste geklärt.
Ein Kreis von verschieden schweren Fragen war gefunden.
Verständigt waren die Lehrer, die präsumptiven Kunden.
Sie konnten ihre Klasse in Grüppchen aufteilen,
die dann mit Betreuung durch die Säle eilen.
Da sich der Lehrer nicht notwendig zur Klasse gesellt,
ist er zur Beobachtung seiner Schüler freigestellt.
Er kann also jeden einzelnen bei der Arbeit sehen.
Und feststellen, wie sie miteinander in der Gruppe umgehen.
Wie sie sich ungewohnten Aufgaben gegenüber verhalten.
Wie sie ihre einzelnen Lösungsversuche selbst gestalten.
Betreut werden die Schüler von Studenten. Die sollen
Erfahrung sammeln, weil sie selbst Lehrer werden wollen.
Neben den acht bis zehn Aufgaben im Fragenkreis
gibt es eine zusätzlich zum Nachdenken um jeden Preis.
Diese ist oft mit einem Art Spiel verbunden
und soll beschäftigen die zu schnellen Kunden.
Nach dem ersten Jahr bauten wir auf der Kreise zwei,
denn Unter- und Oberstufe ist uns nicht einerlei.
Besonderes gilt für die Schüler der fünften Klassen.
Damit sie nicht kollektiv die ganze Mathematik hassen,
weil die Aufgaben der Oberstufe für manche zu schwierig sind,
trifft die folgende Entscheidung aus der Klasse jedes Kind.
Wähle ich die Beispiele der Unterstufe, die vielleicht zu seicht.
Oder nehme ich die der Oberstufe, die sicher nicht zu leicht.
In eine der entstehenden Gruppen reihe ich mich ein,
und werde dann sicher mit Freude bei der Sache sein.
Viele Firmen unterstützen das Spektakel.
Und wir haben schon ausgestreckt die Tentakel
und veranstalten in Graz, Salzburg, Linz und Wien.
Sogar bis Klagenfurt reichen sie schon hin.
Und heuer, in einer etwas anderen Gestalt,
machte der Zirkus an einer belgischen Uni halt.

Zum Abschluß ich noch gerne erwähne
Kurioses aus der internationalen Szene.
Schülerwettbewerbe national
oder Olympiaden international
mit dem uns bekannten Ziele
gibt es auch in anderen Fächern viele.
Biologie, Physik und ebenso Chemie,
Sprachen, Informatik und Astronomie.
In einem sehr, sehr fernen Land
bisher schon einige Male stattfand
über das Erdöl eine Olympiade.
Venezuela lebt ja von diesem gerade.
Zu den Sprachen zählen Latein und Griechisch nicht nur.
Nein, auch die lebenden Sprachen und ihre Kultur.

In den technischen Disziplinen setzt man sich zum Ziele
zu veranstalten Wettbewerbe mit Praxis im Spiele.
So gibt es den Brückenbauwettbewerb in den Staaten.
Sein Ziel und seine Art möchte ich hier gerne verraten.
Vorgegeben wird leichtes Material wie Papier und Holz.
Jeder Teilnehmer legt darein seinen ganzen Stolz,
daraus zu bauen ein einer Brücke ähnliches Gestell.
Nicht unbedingt eine bekannte im Modell.
Über dieses, wenn es fertig, dann sollen
schwerbeladene Modellautos rollen.
Oder sie muß oben eine Standfläche tragen.
Auf ihr wird ein Punkt erwürfelt, wollen wir sagen.
Dort wird ein Hängearm dann aufgesetzt,
und in diesen ein Gewicht hineingesetzt.
Das Verhältnis aus Last und Brückengewicht
entscheidet, ob man Sieger ist oder nicht.

Nach London sind im August schon seit einigen Jahren
immer wieder Spieler und Gedächtniskünstler gefahren.
Sie haben dort ihre eigene Mind-Olympiade eingerichtet.
Das ist wahr, nicht erstunken, erlogen oder erdichtet.
An Spielen werden Brett- und Kartenspiele gespielt.
Mit Bridge, Go, Dame, Schach et cetera werden erzielt
Stunden mit Spannung in kleinen Turnieren.

Auch Varianten davon kann man dort trainieren.
Oder man zeigt, wie viele Ziffern man behält,
die zufällig von einem Computer ausgewählt.

Liebhaber von Spielen mehr mathematischer Art
gehen bei einem anderen Bewerb an den Start.
In der Mannschaft oder einzeln kann man versuchen,
für ganz neue Spiele Strategien zu suchen.
Die Spiele konnt' vorher niemand erkunden,
denn sie wurden für diesen Tag extra erfunden.

Auch um das Entschlüsseln von Nachrichten wird gespielt.
Kryptologie heißt die Wissenschaft, die Resultate erzielt.
Für uns in erster Linie interessant ist natürlich dabei,
welches mathematische Verfahren zu verwenden sei.
Doch auch die Schlüssel muß man noch suchen,
bevor den Erfolg man kann verbuchen.
Zu einer Entschlüsselung ganz anderer Art
gehen Schüler international an den Start.
Es wird eine selten gesprochene Sprache gewählt.
In ihr werden schriftlich einige Sätze erzählt.
In ganz kurzen nur, mit Übersetzung zwar,
erkennt man grammatische Regeln sogar.
Und dann muß man vorgegebene übertragen,
ohne stellen zu können zusätzliche Fragen.

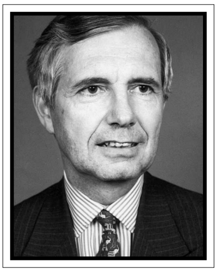
Ein letzter Wettbewerb für all die Herren und Damen,
die in der Mathematik verewigt sehen wollen ihren Namen,
wird für jene durchgeführt, deren Computer zu viel Freizeit hat.
Man meldet sich an und ladet ein Programm ganz separat.
Sodann bekommt man ein Intervall zugeteilt,
in dem man sich mit der Suche sofort beeilt.
Um zu gewinnen, läßt man laufen den Rechner unverzagt.
Gesucht werden Primzahlen. Oder sagt man gejagt?
Primzahlen von verschiedenem Typus, verschiedenem Bau.
Die zur Verfügung gestellten Programme sind recht schlau.
Bei sehr großen Primzahlen herrscht nämlich kein Gedränge
unter den gewöhnlichen Zahlen. Der Rekord bezogen auf die Länge
ist derzeit bei mehr als zwei Millionen dezimalen Stellen.
Diese Länge kann man sich fast nicht wirklich vorstellen.

Darum ist ein kleiner Hinweis sicher angebracht.
Unglaublich, aber wahr. Wer hätte das gedacht.
80 solche Gedichte, wie dieses lange hier,
ergeben ein gleich langes Buchstabengewirr.

Bei allen diesen Bewerben wird heiß ersehnt,
wir haben es bei den Ungarn schon erwähnt,
daß jedem, der begabt und entsprechend gescheit,
geboten wird eine hervorragende Gelegenheit,
sich in passender Umgebung zu entfalten
und seine Laufbahn selbst zu gestalten.
Daß er gefordert wird zu Leistung spontan,
und Ausdauer zu zeigen in der Arbeit sodann.
Nur jene, die lange genug bei der Stange bleiben,
können ihre Leistung an die Spitze treiben.
Es ist wichtig, daß man stets fordert ihn.
Sonst ist bei ihm jede Förderung dahin.
In der Wissenschaft, im Beruf und im Leben
kann er die Investition tausendfach wiedergeben.
Auch in Österreich die Olympiade gefruchtet schon hat.
Gar mancher Olympionike eine Professur bereits hat.
Wir in Europa sind auf solche Laufbahnen stolz.
Die Amerikaner geschnitzt sind aus anderem Holz.
Dort fragt man nicht, ist er Professor oder mehr.
Es heißt: Gar mancher Olympionike ist schon Millionär.

Egal, welche Werteskala man in Zukunft wählt.
Egal, was im Leben später wirklich zählt.
Die Leistung, die man als Schüler erbracht,
die bleibt. Sie wirkt nach Tag und Nacht.
Egal, was aus dem Curriculum noch verschwindet,
wichtig ist, daß der Schüler sich selbst überwindet,
es lernt, erarbeitet und niemals vergißt.
Nämlich das, was von Bedeutung später ist
für seinen noch unbekannten Aufgabenbereich.
Dies wünsche ich mir für Österreich.
Denn Wettbewerb wird es immer geben.
Im Sport, in der Wissenschaft und im Leben.
Um Preis, um Lob und Siegeskranz.
Möget Ihr Euch sonnen in seinem Glanz.

Als Abschluß noch ein kurzes post scriptum.
Auch zu lesen als ein finales dictum.
Die Schuld an der Form von diesem Elaborat
ganz sicher Herr Landesschulinspektor Plessl hat.
Er ließ mir zum Schreiben nur sehr wenig Zeit.
Ein Wochenende zu geben, war er nur bereit.
Der Druck, unter dem ich daher stand, war enorm.
Ich mußte schnell schreiben. So ergab sich die Form.
Auch wird es sich wahrscheinlich, sogar fast sicher ergeben,
daß die Zuhörer beim Festakt nicht genau diese Rede erleben.



Dr. Richard F. MISCHAK,
Unternehmensberater

Jagd auf Zahlen und Figuren

Es war ein regnerischer Abend in England. Wir hatten viele Kinder zu Besuch und am Ende eines ereignisreichen Tages schauten mich nach dem Abendessen viele leuchtende Kinderaugen an und fragten: „Und was machen wir jetzt?“
Ich wusste mir nicht zu helfen und das einzige, was mir einfiel, waren mathematische Aufgaben. Also ‚erfand‘ ich eine Geschichte um ein ‚hübsches‘ Problem und führte meine Kinder in die abwechslungsreiche Welt der Dreiecke, Urnen mit Kugeln usw. Nach drei bis vier Geschichten ging es ins Bett und der Abend war gerettet. Doch ich konnte noch lange nicht schlafen. Es war mir gelungen, einigen Kindern ein wenig vom Glanz der Mathematik zu zeigen, doch leider wird sicher am nächsten Tag alles vergessen sein.

„Doch erstens kommt es anders, zweitens als man denkt …“ (frei nach Wilhelm Busch) und wir fanden uns beim Abendessen wieder. Die Nachspeise kam, es wurde alles aufgegessen und danach waren alle Augen auf mich gerichtet … Was tun? Also habe ich neuerlich zu erzählen angefangen und viele Ohren lauschten mir; sogar unter dem Tisch wurde mit den Fingern mitgezählt. Als ich meine Zuhörer wieder ins Bett schicken wollte – hörte ich ein ‚could we have more‘ – und das war die schönste Belohnung für mich.

Schlussfolgerung: Irgendetwas musste ich doch richtig machen!

Monatelang versuchte ich bei langen Spaziergängen zu erarbeiten, wie ich diese Erfahrungen sinnvoll anwenden könnte. Viele Bezeichnungen kamen auf und wurden verworfen, doch bald glaubte ich, die Schlüsselfaktoren zum Erfolg gefunden zu haben. Die Kinder wollen Dynamik, Gruppenarbeit und Spaß bei der Beschäftigung – und ich bot ihnen ‚kreative‘ Gedankenakrobatik an – und es klappte. Die ‚Chase for Numbers‘ war geboren und das wurde mein Arbeitstitel für die kommenden Jahre.

Mein Aufenthalt in England ging zu Ende, und voll neuer Ideen kam ich nach Österreich zurück. Ein/zwei Freunde waren vom Projekt schnell begeistert und ich machte mich auf die ‚Jagd' auf Sponsoren. Hier begann die wirkliche harte Arbeit. Unzählige Briefe hatte ich geschrieben; wie oft hatte ich versucht, meine Begeisterung durch die Telefonleitung auf den Zuhörer zu übertragen – doch alle Bemühungen waren vergebens – ein „Glauben Sie wirklich, mit der Mathematik heute noch Jugendliche begeistern zu können" war die Antwort.

Ich führte auch ein Gespräch mit Dr. Scholz, dem amtsführenden Präsidenten des Stadtschulrates für Wien. Über sein Sekretariat hatte ich einen Termin vereinbart und binnen wenigen Minuten hatte ich mit meiner Idee zumindest seine Aufmerksamkeit gewonnen – er hörte mir zu! Bis heute unterstützt mich Dr. Scholz in meinen Bemühungen, in die Bundesländer zu gehen und mit meinen ‚kreativen' Aufgaben das Problemlösungsdenken zu fördern. Der Anfang war gemacht, und zumindest der Stadtschulrat für Wien meinte, dies sei eine gute Idee. Doch wie sollte es weitergehen?

Ich studierte Technische Mathematik und während meiner Assistenzzeit am Institut für Numerische Mathematik hatten wir am gleichen Gang auch das III. Institut für Mathematik und Dr. Gerd Baron war oft bei uns zu Gast beim Kaffee. Die Kaffeerunde war der Platz, an dem neue Theorien entwickelt und widerlegt wurden; viele Beweise auf ihre ‚Eleganz' geprüft wurden, und natürlich mussten wir von Zeit zu Zeit auch Aufgaben erfinden. So erinnerte ich mich meines Freundes aus dieser Zeit. Ein Anruf und am Tag darauf konnte ich ihn in seinem (noch immer sehenswerten) Arbeitszimmer besuchen! Auch hier war meine Überzeugungsarbeit schon vorbei gewesen, bevor ich anfing. Gemeinsam mit Dr. Gerd Baron stellen wir jedes Jahr die Aufgaben zusammen. Jeder von uns versuchte, sich etwa 20 Aufgaben auszudenken. Diese tauschen wir über die Weihnachtsfeiertage aus, und im Fasching wird es meist mit der Auswahl der Aufgaben ernst. Das letzte Wort bei den Formulierungen hat Dr. Gerd Baron, ob diese deshalb auch immer verständlicher sind, bleibt eine offene Frage.

Wie spielt sich nun die **‚Jagd auf Zahlen und Figuren'** ab? Alle Aufgabentafeln hängen an der Wand. Jede Aufgabe ist mit einer Zahl versehen, die die Lösung einer anderen Aufgabe ist. Somit können die Teilnehmer irgendwo anfangen – und werden mittels der Lösungen der Aufgaben durch das gesamte Atelier geführt. Unsere Marktanalyse war im ersten Jahr mangelhaft und wir starteten mit einem gemeinsamen Aufgabenkreis für die Unter- und Oberstufe – nie wieder! Jeder war unzufrieden. Doch wir haben schnell daraus gelernt und haben seitdem einen getrennten Kreis mit 5 Aufgaben für die Unterstufe und einen Kreis mit 7 Aufgaben für die Oberstufe. Sonderaufgaben warten am Ende noch als eine zusätzliche Herausforderung auf die Teams. Eine kleine Besonderheit am Rande: in beiden Kreisen stellen wir zwei sehr ähnliche Aufgaben, die wir durch geschickte Angabenvariationen an den Schwierigkeitsgrad anpassen. So stehen ein 12-Jähriger und ein 17-Jähriger scheinbar vor derselben Aufgabe.

Alle unsere Aufgaben sind ohne größeren Rechenaufwand zu lösen. Wir wollen den Teilnehmern zeigen, dass es sich oftmals lohnt, bevor man mit dem Rechnen beginnt, die möglichen Lösungswege zu analysieren. Wird dies nicht gleich zu Beginn gemacht, so ist doch eine der wesentlichen Regeln des Klassikers des Problemlösens – Georg Polya –, am Ende der Aufgabe auch über den Rechenweg nochmals kritisch nachzudenken.

In die ‚**Schule des Denkens**' werfe ich noch gelegentlich einen Blick. Wie viele zeitlose Analysen für den Problemlösungsvorgang wurden dort aufgezeigt. Und was bedeutet das für uns heute? Immer mehr lese ich in den Zeitungen von Lösungsanbietern unserer Informationsgesellschaft. Wir leben im Überfluss von Daten und Informationen und müssen aus der Vielzahl der auf uns eindringenden Fakten charakteristische Verkaufsmuster oder regionale Präferenzmuster herausfiltern. In den letzten Jahren hat hier die Mathematik große Fortschritte gemacht. Sehr mächtige und auch schnelle Algorithmen wurden entwickelt, um ‚Datenmuster' (the science of pattern) in den Datawarehouses zu erkennen.

Doch lassen Sie mich nicht zu lange philosophieren. Das erste Jahr der Ausstellung fand im Otto-Wagner-Pavillon am Karlsplatz statt. Der Platz, so schön er auch war, war viel zu klein. Doch das war das kleinere Problem – das wirkliche Problem war die Logistik der Anmeldungen der Schulklassen. Hier ist nun der Platz, an dem ich Herrn Hofrat Mag. Plessl, Landesschulinspektor für Mathematik, Dank sagen möchte. Er hat mir durch alle Jahre die Treue gehalten und hat den Besuch der Ausstellung durch ein Schreiben an die Schulen empfohlen. Sehr konstruktive Kritik war auch immer aus seinem Zimmer zu hören. Nicht zuletzt ist die logistische Lösung nur durch sein Wohlwollen zu Stande gekommen und hat sich nun seit Jahren bestens bewährt!

Seit vier Jahren bin ich Gast an der Technischen Universität im Prechtlsaal. Hier fand ich den idealen Veranstaltungsort – hell, groß und leicht aus ganz Wien zu erreichen. Die Raumgestaltung mit den Trennwänden und die Inseln aus Sesseln und Tischen ist ideal für die Teamarbeit – die Gruppen finden sich rasch zurecht. Das alles klappt natürlich nur durch die 10-15 ‚guten Geister' (= Mathematik-Studenten mit didaktischer Ader), die den Teilnehmern bei den kniffligen Fragen auf die Beine helfen. Der wesentliche Teil des Erfolges entsteht durch ihre Gespräche mit den Teams und die didaktische Einfühlung in die Bedürfnisse der Gruppe. Mit Rat und Tat – aber ohne Lösungsweg – stehen sie immer zur Verfügung.

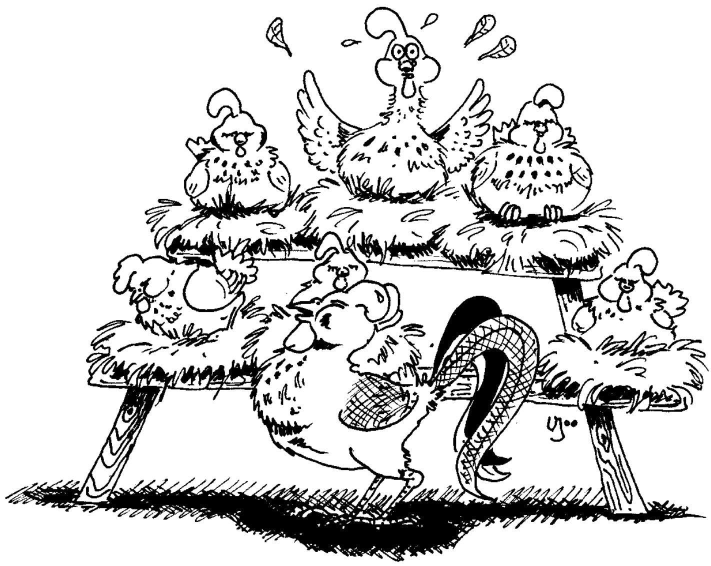
Ich freue mich, das fünfte Jahr erreicht zu haben und war auch schon in Graz, Linz und Salzburg zu Gast. Ich komme soeben aus Belgien zurück, wo ich das erste Mal das in Österreich erprobte Konzept im Ausland – mit Erfolg – angewandt habe. Ich wurde für nächstes Jahr wieder engagiert und statt für zwei Tage für eine ganze Woche!

Ich hoffe, dass diese Veranstaltungs-‚Formel' einigen Schülern und Schülerinnen einen kurzen Blick auf die ‚Schönheit' der Mathematik ermöglichte und der Funke der Begeisterung übersprang. Einen Mangel an Arbeitsplätzen für den Mathematiker gibt es heute wirklich nicht!

Jagd auf Zahlen und Figuren 1996

Unterstufe

Ein Farmer versucht, auf seiner Hühnerfarm die Eier einzusammeln. Doch während er einsammelt, legen die Hennen weiter Eier. Immer wenn er 5 Eier aufgenommen hat, legt eine der Hennen ein Ei. Zum Schluss hat er 447 Eier eingesammelt. Wie viele Eier lagen in dem Hühnerstall, als er mit dem Einsammeln begonnen hatte?



Jagd auf Zahlen und Figuren 1997

Oberstufe

In einer Klasse mit 15 Schülern sind die Arbeitsplätze wie in Abbildung A aufgeteilt. Heute fehlt ein Schüler und im Mathematikunterricht schlägt der Lehrer vor, die Sitzordnung zu verändern. Er stellt zwei Bedingungen:

a) keiner der anwesenden Schüler soll auf seinem alten Platz sitzen
b) jeder der anwesenden Schüler muss aber einen benachbarten Platz seines alten Platzes einnehmen, das heißt also dahinter, davor, rechts oder links daneben. Er war erfolglos!

Am Tag darauf fehlt noch ein Schüler und jetzt, denkt der Lehrer, muss es doch klappen – doch wieder ist der Platzwechsel unmöglich.

Nach einem Monat kommt ein neuer Mitschüler in die Klasse. Ein neuer Arbeitsplatz wird in der Klasse aufgestellt, und der Lehrer benutzt die Gelegenheit, die Arbeitsplätze umzustellen (Abbildung B). Nach einer Woche will der Lehrer wieder die Sitzordnung (unter den gleichen Bedingungen) wechseln. Das Spiel wird wiederholt und, obwohl kein Schüler krank ist, klappt es diesmal. Könnt ihr in Abbildung A angeben, wo die Sitzplätze der kranken Mitschüler gewesen sein können?

Abbildung A

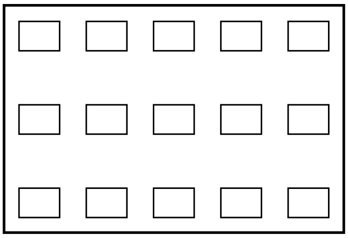
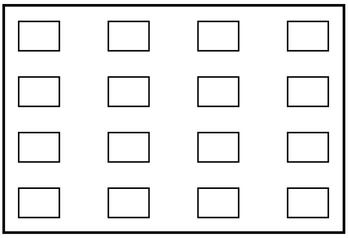


Abbildung B

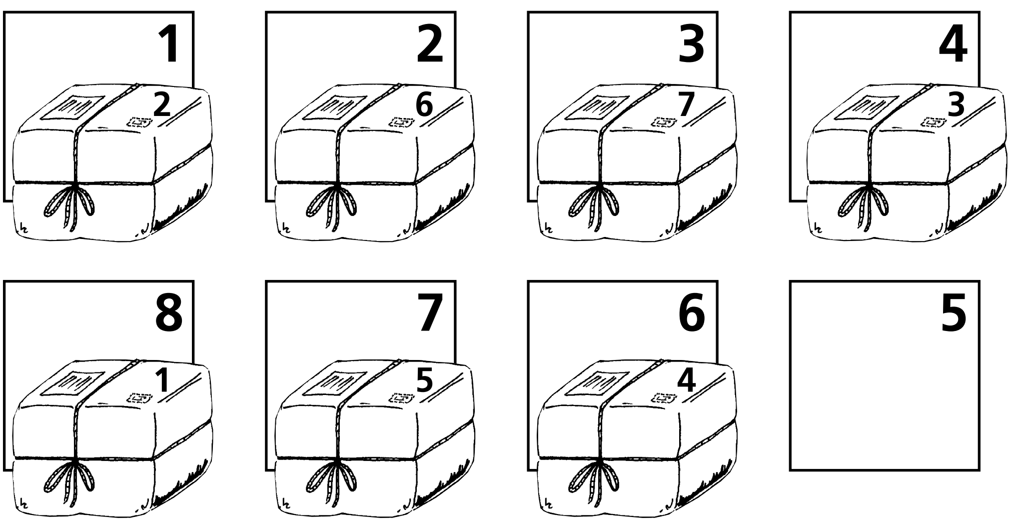


Jagd auf Zahlen und Figuren 1998

Oberstufe

Acht Schulklassen haben Ihre Post bekommen. Aus Versehen wurden die Postpakete aber falsch einsortiert. Wie können die Postpakete raschest möglich wieder auf die richtigen Plätze gebracht werden? Das Gewicht der Pakete erlaubt allerdings nur den Transport um eine Stelle nach vorn, links, hinten oder rechts. Wie müssen wir vorgehen?

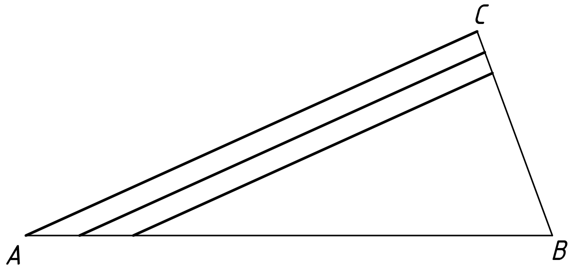
Könnt Ihr auch beweisen, dass dies tatsächlich das kürzest mögliche Verfahren ist?



Jagd auf Zahlen und Figuren 1999

Unterstufe

Ein Dreieck ABC mit AB = 245 m, BC = 100 m und AC = 230 m ist parallel zur Seite AC in Abständen von 0,5 m auf der Seite AB gemessen, schraffiert gepflügt worden. Der Bauer schaut am Ende des Tages auf sein Feld und möchte die Gesamtlänge seiner innerhalb des Dreiecks gepflügten Furchen wissen. Wie viele km sind das ungefähr?



Jagd auf Zahlen und Figuren 2000

Unterstufe

Gegeben sind 28 Dominosteine. Jeder Stein bedeckt genau 2 Felder eines 8×8 Schachbrettes. Versuche, die Dominosteine so aufzulegen, dass sich kein Stein verschieben lässt.

Jagd auf Zahlen und Figuren 1996

Lösung

x	*Anzahl der Eier am Anfang*	(○)
y	*Anzahl der Eier am Ende*	$(= 447)$
p	*Anzahl der gelegten Eier*	(●)

Wir beginnen mit dem Einsammeln der ersten 5 Eier	○ ○ ○ ○ ○	
die Henne legt ein Ei, und wir zählen weitere 4 Eier	● ○ ○ ○ ○	
sie legt ein Ei, und wir zählen weitere 4 Eier	● ○ ○ ○ ○	
sie legt ein Ei, und wir zählen weitere 4 Eier	● ○ ○ ○ ○	
sie legt ein Ei, und wir zählen weitere 4 Eier	● ○ ○ ○ ○	
sie legt ein Ei, und wir zählen weitere 4 Eier	● ○ ○ ○ ○	
sie legt ein Ei, und wir zählen weitere 4 Eier	● ○ ○ ○ ○	
sie legt ein Ei, und wir zählen weitere 4 Eier	● ○ ○ ○ ○	
…		
sie legt ein Ei, und wir zählen weitere 4 Eier	● ○ ○ ○ ○	*und*
sie legt ein Ei, und wir zählen 1 weiteres Ei	● ○	

$y = 5 \cdot p + 2$

$447 = 5 \cdot p + 2$

$445 = 5 \cdot p$

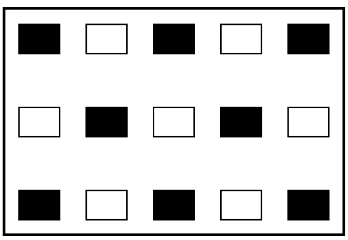
$p = 89$ *(p ist gleichzeitig die Anzahl der gelegten Eier!!!)*

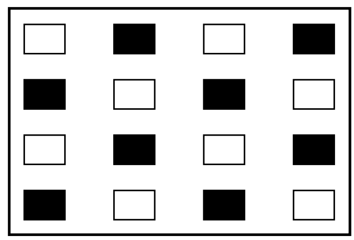
$=>$ *Anzahl der Eier am Anfang* $x = y - p = 447 - 89 = 358$

Jagd auf Zahlen und Figuren 1997

Lösung

Wenn wir die Sitzplätze schachbrettartig färben (Schwarz/Weiß) und in der linken unteren Ecke mit Schwarz beginnen, so sehen wir, dass wir in Abbildung A: 8 schwarze und 7 weiße Felder und in Abbildung B: 8 schwarze und 8 weiße Felder haben.





Die fehlenden Schüler müssen daher auf irgendwelchen ‚weißen' Plätzen gesessen haben. Es können sogar alle Schüler (= 7) fehlen, die auf ‚weißen' Plätzen sitzen, dennoch funktioniert der Platzwechsel mit der Sitzanordnung in Abbildung A nicht!

Jagd auf Zahlen und Figuren 1998

Lösung

Unter Platzdistanz vom Paket X verstehen wir die minimale Anzahl von Verschiebungen, die notwendig ist, um das Paket X auf seinen richtigen Platz zu bekommen (ohne das Vorhandensein der anderen Pakete).

Die Platzdistanz für das Paket 1 = 1
Die Platzdistanz für das Paket 2 = 1
Die Platzdistanz für das Paket 3 = 1
Die Platzdistanz für das Paket 4 = 2
Die Platzdistanz für das Paket 5 = 2
Die Platzdistanz für das Paket 6 = 2
Die Platzdistanz für das Paket 7 = 2

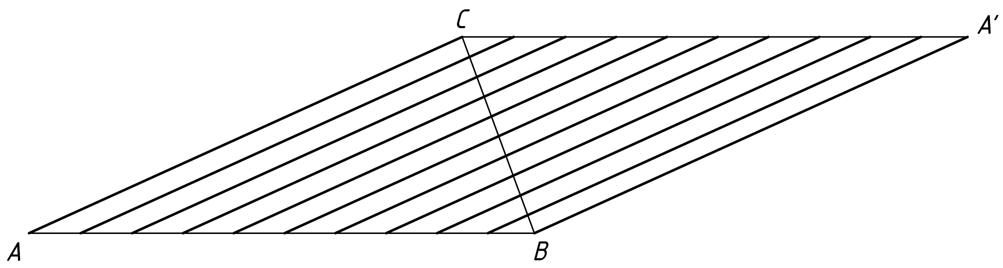
Die Gesamtsumme der Platzdistanzen = 1 + 1 + 1 + 2 + 2 + 2 + 2 = 11
In minimal 11 Verschiebungen sollten also alle Pakete wieder auf Ihrem Platz sein.
Wie sehen diese aus?

Ausgangsposition:	2	6	7	3	×	4	5	1
es wird verschoben	2	6	7	3	4	×	5	1
	2	6	7	3	4	5	×	1
	2	×	7	3	4	5	6	1
	2	7	×	3	4	5	6	1
	2	7	3	×	4	5	6	1
	2	7	3	4	×	5	6	1
	2	7	3	4	5	×	6	1
	2	7	3	4	5	6	×	1
	2	×	3	4	5	6	7	1
	×	2	3	4	5	6	7	1
	1	2	3	4	5	6	7	×

Jagd auf Zahlen und Figuren 1999

Lösung

Das Hinzufügen des symmetrischen Dreiecks A'CB entlang der Seite CB ergibt ein Parallelogramm mit den Seiten 230 und 245.



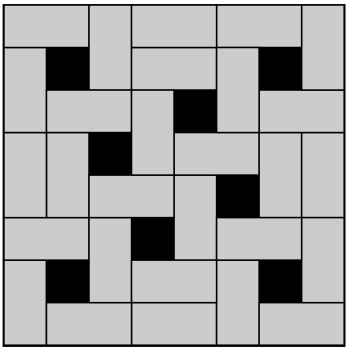
– > Nun sind die Furchen immer gleich lang. – > 230 m
– > Es gibt entlang der 245 m
insgesamt 245 · 2 – 1 Furchen = 489 Furchen.

– > 230 · (489 : 2) = 56 235 m – > 56 km

Jagd auf Zahlen und Figuren 2000

Lösung

Die schwarzen Felder müssen leer bleiben (bis auf Spiegelungen).



Mag. Richard HENNER,
AHS-Lehrer, Bundesrealgymnasium Wien 18

Der Wiener Mathematik- und Denksportwettbewerb

Die Geschichte

Es war November 1990. Mathematiklehrerinnen und Mathematiklehrer aus Wien spazierten – einige freie Stunden im Rahmen eines Seminars über die Mathematik-Olympiade genießend – durch Mariazell und plauderten – wie es sich gehört – über ihre Probleme. Das Hauptproblem: Immer weniger Schüler wollten unser tolles Angebot, die Mathematikolympiade, annehmen. Die Konkurrenz war zu groß, das Fernsehen, der Computer, die damals neuen Olympiadeangebote anderer Fächer.

Aus dieser Diskussion entstand der Vorschlag, dass man schon die Vierzehnjährigen einladen müsste, in der Oberstufe unsere Kurse zu besuchen. Man sollte die besten Schülerinnen und Schüler aller vierten AHS-Klassen zu einem spannenden und interessanten Wettbewerb einladen.

Dazu brauchten wir einen Saal, der mindestens 200 Plätze hatte. – Univ.-Prof. Dr. Baron vermittelte uns das Auditorium Maximum der TU.

Dazu brauchten wir die Hilfe des Stadtschulrates und der Schulen. – LSI Mag. Plessl organisierte alles.

Dazu brauchten wir ein Team, das Aufgaben zusammenstellte und dann den Wettbewerb durchführte. – Alle Mathematik-Olympiadekursleiter beteiligten sich.

Und so war es dann am 3. April 1991 so weit: 91 Kinder aus vierten Klassen der Wiener AHS beteiligten sich am 1. Wiener Mathematik- und Denksportwettbewerb. Und bei der Preisverteilung am Nachmittag machten wir kräftig Werbung für die Teilnahme an Vorbereitungskursen zur Mathematik-Olympiade.

Wenn man auch nie genau sagen kann, wie es anders gekommen wäre, glauben wir, unser Ziel erreicht zu haben. Die Anzahl der Olympiadekurse ist seither gestiegen, in allen Anfängerkursen sitzen großteils Kinder, die beim Wettbewerb davon erfahren haben. Und viele Wiener Schülerinnen und Schüler haben seither erfolgreich an der Österreichischen und an der Internationalen Mathematik-Olympiade teilgenommen.

Und deshalb veranstalten wir seit 1991 jedes Jahr den Mathematik- und Denksportwettbewerb und freuen uns, dass jedes Jahr viele Kinder daran teilnehmen.

Die alljährliche Arbeit

Bis Dezember jeden Jahres denken sich die beteiligten Lehrer geeignete Aufgaben aus, im Jänner treffen wir einander bei Hofrat Plessl im Stadtschulrat und wählen gemeinsam mit Univ.-Prof. Dr. Baron 10 Aufgaben aus. Diese werden dann in den Computer getippt – jede Aufgabe in acht Variationen, damit die Kinder im großen Saal nicht voneinander abschreiben können –, gedruckt und in Kuverts gesteckt. Ein Informationsbrief an die Teilnehmer wird geschrieben, der dem Erlass des Stadtschulrates beigelegt wird, ein Lösungsheft und eine Werbebroschüre für die Mathematik-Olympiade wird verfasst.

Und am ersten Tag nach den Osterferien kommt alljährlich der spannende Augenblick: Wie viele Kinder werden kommen? Wie werden ihnen unsere Aufgaben gefallen? Was werden sie zusammenbringen? Werden sie sich überreden lassen, ab der fünften Klasse einen Olympiadekurs zu besuchen?

In den letzten Jahren hat die Firma 3M für alle Teilnehmer am Wettbewerb ein T-Shirt als Erinnerungsgeschenk gesponsert, das dezent das Logo der Firma und das Logo des Wiener Mathematik- und Denksportwettbewerbs trägt.

Die Ergebnisse

Die folgende Tabelle zeigt die Anzahl der Teilnehmer und die Ergebnisse der Wettbewerbe von 1991 bis 2000. Wir werten die Anzahl der richtigen Lösungszahlen, und da es jeweils zehn Aufgaben gibt und bei jeder Aufgabe genau eine Lösungszahl, sind Ergebnisse von 0 bis 10 möglich. Jedes Kind bekommt eine Urkunde, auf der die Jury seine Leistung mit einem der Prädikate „Anerkennenswert“, „Erfreulich“, „Großartig“ oder „Herausragend“ beurteilt. Die Zuordnung von Punktezahl und Prädikat haben wir, wie aus der Tabelle ersichtlich ist, in manchen Jahren leicht verändert und dem Ergebnis angepasst.

Ergebnisse des Wiener Mathematik- und Denksportwettbewerbs

Punkte	1991		1992		1993		1994		1995		1996		1997		1998		1999		2000	
10	2	**4**	0	**1**	1	**4**	2	**5**	0	**1**	0	**2**	1	**6**	0	**7**	1	**7**	0	**2**
9	2		1		3		3		1		0		5		1		2		2	
8	6	**31**	7	**30**	8	**46**	9	**52**	4	**27**	2		12	**44**	6		4		8	**31**
7	8		7		20		20		8		8	**59**	16		4	**45**	7	**39**	5	
6	17		16		18		23		15		16		16		13		12		18	
5	17	**35**	29	**98**	21	**71**	32	**80**	27	**93**	35		22	**69**	28		20		18	**72**
4	18		36		26		26		31		59	**114**	23		41	**94**	34	**125**	23	
3	9	**21**	33		24		22		35		55		24		53		48		31	
2	8		38	**57**	27	**41**	18	**29**	18	**35**	32	**54**	20	**30**	41	**92**	43		11	**35**
1	3		12		10		10		13		16		9		30		44	**63**	20	
0	1		7		4		1		4		6		1		21		19		4	
Teilnehmerzahl	**91**		**186**		**162**		**166**		**156**		**229**		**149**		**238**		**234**		**140**	
Mittelwert	**4,9**		**3,7**		**4,3**		**4,7**		**3,8**		**3,6**		**4,6**		**3,1**		**3,0**		**3,9**	

Prädikat herausragend großartig erfreulich anerkennenswert

Aufgaben

Jedes Jahr zehn neue Aufgaben: So haben sich hundert recht unterschiedliche Beispiele ergeben. Ein Heftchen mit allen diesen Aufgaben und ihren Lösungen wird vom Stadtschulrat gedruckt und an die Schulen geschickt. Es kann, solange der Vorrat reicht, bei Bedarf bei LSI Hofrat Plessl (Stadtschulrat) oder bei mir (BRG 18, Schopenhauerstraße) bestellt werden.

Es folgen 10 Aufgaben – eine aus jedem Jahr – und ihre Lösungen.

1991 **Glücksmaschine**

Aufgabe 10 In einer Trommel befinden sich 1 990 Kugeln, die mit den Zahlen von 1 bis 1 990 durchnummeriert sind.
Eine Zufallsmaschine zieht (ähnlich wie beim Lotto) der Reihe nach Kugeln, und zwar so lang, bis die erste Kugel gezogen wird, deren Zahl durch 19 oder durch 90 teilbar ist.
Möglicherweise kann die Maschine ihre Arbeit schon nach dem ersten Zug beenden. Es könnte aber auch lange dauern.
Nach wie vielen Zügen beendet die Maschine spätestens ihre Arbeit?

1992 **Die Bastlerin**

Aufgabe 9 Johanna schneidet von einer quadratischen Platte die Ecken so weg, dass ein regelmäßiges Achteck entsteht. Dabei hat sie 1 089 cm^2 Abfall. Wie viele cm beträgt die Seitenlänge des Achtecks?

1993 **Würfelmalerei**

Aufgabe 3 Ein großer Würfel ist aus 9^3 kleinen Würfeln zusammengebaut, d.h. jede Reihe des großen Würfels setzt sich aus 9 kleinen Würfeln zusammen.
Dieser zusammengesetzte Würfel wird mit Farbe gestrichen.
Wie viele kleine Würfel haben genau zwei angestrichene Flächen?

1994 Ziffernsumme des Ziffernprodukts

Aufgabe 3 Gib die kleinste dreistellige Zahl an, für die alle drei Bedingungen gelten:

a) Das Ziffernprodukt ist nicht 0, endet aber auf 0.
b) Die Ziffernsumme ist 16.
c) Die Ziffernsumme des Ziffernprodukts ist 9.

1995 Glücksspieler

Aufgabe 6 Fünf Lottospieler zahlten gemeinsam den Einsatz und teilen nun den Gewinn zu gleichen Teilen. Eine zweite Gruppe, an der ein Spieler mehr beteiligt ist, hat einen Gewinn in gleicher Höhe. Nach dem Teilen erhält jeder Spieler der zweiten Gruppe um 1000 S weniger als jeder Spieler der ersten Gruppe. Wie hoch war der Gewinn einer Gruppe?

1996 Additionen – nicht nur für Genies

Aufgabe 2 Die Symbole stehen für Zahlen, gleiche Symbole für gleiche Zahlen. Zwei Spaltensummen und eine Zeilensumme sind angegeben.
Welche Zahl muss man für das Fragezeichen einsetzen?

♥	♦	♥	♠	
♣	♠	♥	♦	
♠	♦	♥	♥	
♦	♠	♣	♣	**85**
?	**50**	**48**		

1997 **Zahlen geordnet!**

Aufgabe 10 Die Summe von zehn Zahlen ist 202. Ordnet man die Zahlen der Größe nach, so ist der Unterschied zwischen zwei aufeinanderfolgenden Zahlen 2 oder 3. Die kleinste Zahl ist 11.
Wie lautet die größte Zahl?

1998 **Viele Nullen**

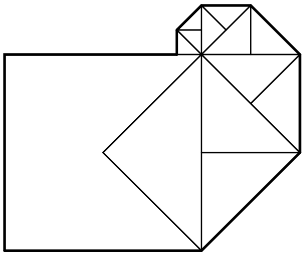
Aufgabe 6 Alexander subtrahiert 1 von der Zahl 10^{48} und dividiert das Ergebnis durch 99. Die Zahl, die er erhält, hat viele Nullen. Wie viele?

1999 **Schokoladehasen**

Aufgabe 3 Ein Süßwarenhändler wollte zu Ostern 120 Hasen zu je 50 S verkaufen. Einige blieben ihm über. Diese verkaufte er nach Ostern um insgesamt 2196 S an eine Schokoladefabrik. Der reduzierte Preis pro Hase war eine ganze Zahl. Welchen Preis musste die Fabrik für jeden Hasen bezahlen?

2000 **Ein Fliesenmuster**

Aufgabe. 6 Das kleinste Quadrat in der abgebildeten Figur hat $4\ cm^2$ Flächeninhalt. Wie groß ist der Flächeninhalt der gesamten Figur?



Lösungen

1991

Lösung von Aufgabe 10

1 990 : 19 = 104,7 ...; 1 990 : 90 = 22,1 ...

In der Trommel gibt es daher 104 Zahlen, die durch 19 teilbar sind, und 22 Zahlen, die durch 90 teilbar sind.

kgV (19, 90) = 19 · 90 = 1 710. Diese Zahl kommt als einzige bei den oben aufgezählten 104 ebenso wie bei den 22 vor. Daher gibt es in der Trommel 104 + 22 − 1 = 125 Zahlen, die durch 19 oder durch 90 teilbar sind.

Es sind also 1 990 − 125 = 1 865 Zahlen in der Trommel, die weder durch 19 noch durch 90 teilbar sind. Daraus folgt die

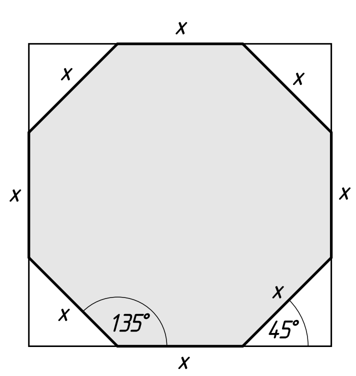
Antwort: Die Maschine beendet ihre Arbeit spätestens nach 1 866 Zügen.

1992

Lösung von Aufgabe 9

Das regelmäßige Achteck mit der Seitenlänge x (siehe Skizze!) hat Innenwinkel von 135°. Daher sind die Dreiecke, die Johanna wegschneidet, rechtwinkelig und gleichschenkelig. Alle vier zusammen ergeben ein Quadrat mit der Seitenlänge x. Wenn der Flächeninhalt dieses Quadrats 1 089 cm^2 beträgt, ist die Seite 33 cm lang. Daher gilt die

Antwort: Die Seitenlänge des Achtecks beträgt 33 cm.



1993

Lösung von Aufgabe 3
Genau zwei angestrichene Flächen haben jene kleinen Würfel, die entlang einer Kante, aber nicht in einer Ecke des großen Würfels liegen. Da ein Würfel 12 Kanten hat, an jeder Kante zwischen den Eckwürfeln 7 Würfel liegen, ($7 \cdot 12 = 84$) folgt die
Antwort: Es gibt 84 kleine Würfel mit genau zwei angestrichenen Flächen.

1994

Lösung von Aufgabe 3
Aus der Bedingung a) folgt: Die gesuchte Zahl muss die Ziffer 5 mindestens einmal und mindestens eine gerade Ziffer, aber nicht 0, enthalten.
Wenn man das beachtet, folgt aus der Bedingung b), dass nur folgende Ziffernkombinationen möglich sind: 5, 2, 9 oder 5, 4, 7 oder 5, 6, 5 oder 5, 8, 3.
Aus der Bedingung c) folgt, dass nur die Ziffernkombination 5, 2, 9 in Frage kommt.
Sucht man die kleinste Zahl, die aus diesen Ziffern besteht, so erhält man die
Antwort: Die kleinste dreistellige Zahl, die die Bedingungen a), b) und c) erfüllt, ist 259.

1995

Lösung von Aufgabe 6
Wenn jede Gruppe x Schilling gewonnen hat, so erhält jeder Spieler der ersten Gruppe $\frac{x}{5}$ Schilling und jeder Spieler der zweiten Gruppe $\frac{x}{6}$ Schilling. Es gilt also die Gleichung $\frac{x}{5} - \frac{x}{6} = 1\,000$, die die Lösung $x = 30\,000$ hat. Daraus folgt die
Antwort: Jede Gruppe hat 30 000 Schilling gewonnen.

1996

Lösung von Aufgabe 2
Aus der Summe der zweiten Spalte folgt: ♦ + ♠ = 25. Daraus und aus der Summe der vierten Zeile folgt: ♣ = 30. Dann berechnet man aus der dritten Spalte ♥ = 6. Daraus folgt die Summe der ersten Spalte und damit die
Antwort: ? = 61.

1997

Lösung von Aufgabe 10
Angenommen die Differenz zweier aufeinander folgender Zahlen wäre immer 2. Dann wären die Zahlen 11, 13, 15, 17, 19, 21, 23, 25, 27, 29 gemeint, deren Summe 200 beträgt. Um die Summe auf 202 zu erhöhen, muss die vorletzte Differenz auf 3 vergrößert werden; die letzten beiden Zahlen sind dann 28 und 30. Daher gilt die
Antwort: Die größte der zehn Zahlen ist 30.

1998

Lösung von Aufgabe 6
Die Zahl $10^{48} = 100..00$ besteht aus einem Einser und 48 Nullen. Subtrahiert man davon 1, so erhält man 999..99, eine Zahl mit 48 Neunern. Denkt man sich diese Zahl auf 24 Paare zu je zwei Neunern aufgeteilt, so ist zu erkennen, dass die Division dieser Zahl durch 99 den Quotienten 10101...0101 liefert, der aus 23 Paaren „10" und einem abschließenden Einser besteht. Daraus folgt die
Antwort: Diese Zahl hat 23 Nullen.

1999

Lösung von Aufgabe 3
Wir gehen von der Primfaktorzerlegung von 2 196 aus:
$2\,196 = 2^2 \cdot 3^2 \cdot 61$.
Da der Händler auf Grund der Preisreduktion weniger als 50 S pro Hase erhielt, kann 61 kein Teiler des Preises sein, sondern muss ein Teiler der Anzahl der Hasen sein. Die Hasenanzahl kann aber auch nicht größer als 61 sein, weil der Händler ja nur 120 Hasen hatte, und $61 \cdot 2$ wäre bereits 122. Daher hat er 61 Hasen zum Preis von je 36 S verkauft.
Also gilt die
Antwort: Die Fabrik zahlte für jeden Hasen 36 S.

2000

Lösung von Aufgabe 6

Das kleinste Quadrat setzt sich aus zwei gleichschenkelig–rechtwinkeligen Dreiecken zusammen. Die Fläche eines solchen Dreiecks lässt sich insgesamt 191-mal in die gesamte Figur einpassen.

Daher ist die Gesamtfläche der Figur $191 \cdot 2\ cm^2$.

Daraus folgt die

Antwort: Der Flächeninhalt der gesamten Figur beträgt $382\ cm^2$.